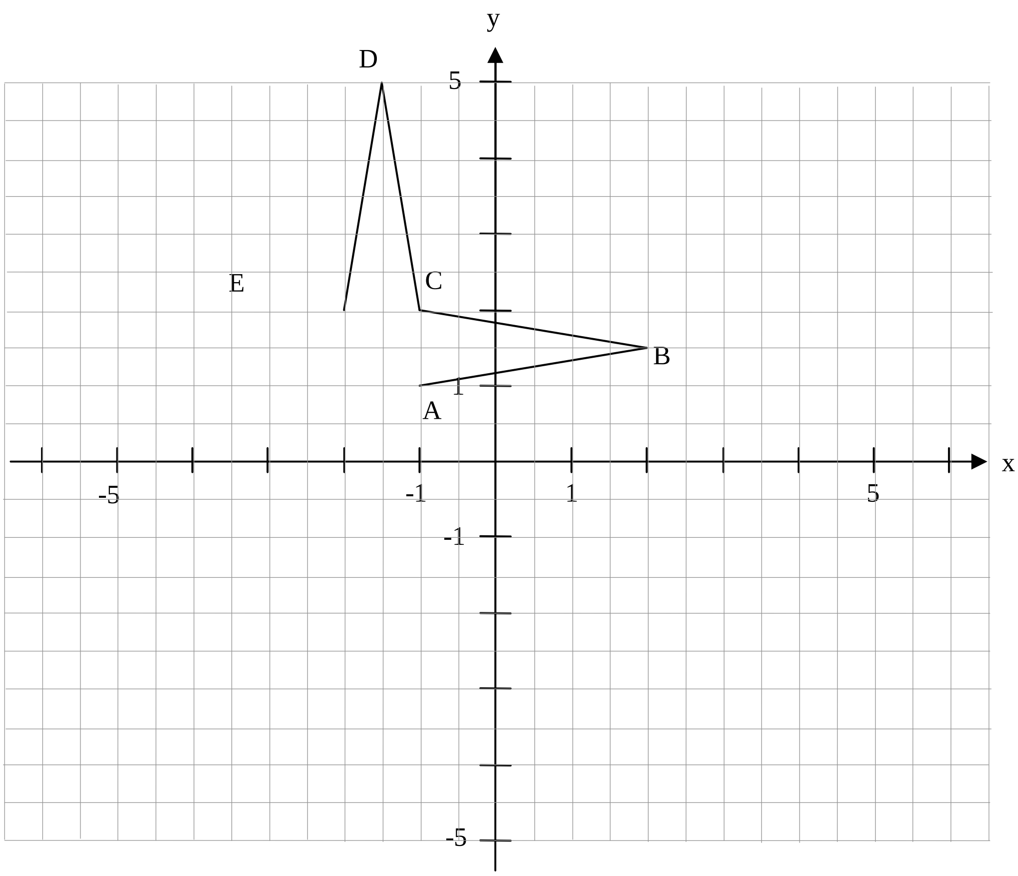
2.1. Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen

Aufgabe 1
Zeichne 5 beliebige Punkte A, B, C, D, und E in dein Heft.
a) Zeichne alle möglichen Verbindungsstrecken. Wie viele sind es?
b) Zeichne alle möglichen Verbindungsgeraden. Wie viele sind es?
c) Wie viele Verbindungsgeraden kann es höchstens und wie viele muss es mindestens geben?

Aufgabe 2
a) Ergänze die untenstehende Figur zu einem regelmäßigen vierzackigen Stern und gib die Koordinaten aller Punkte an.
b) Zeichne die Geraden AB und EF ein. Wie lässt sich ihre Lage zueinander beschreiben? Wie viele solcher Geradenpaare gibt es in dem Stern?

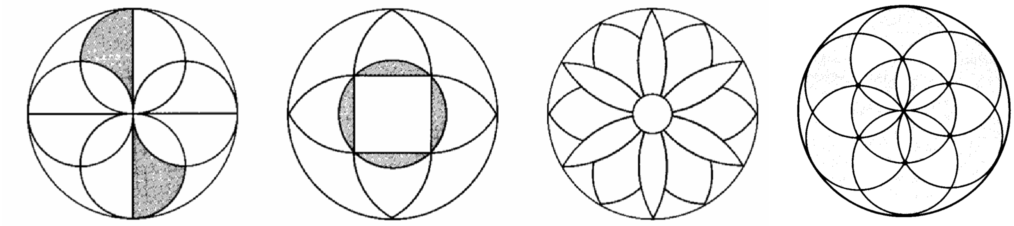


Aufgabe 3
Gegeben sind die Punkte A(−4|−1), B(4|3), C(−4|5), D(4|−3), A'(−4|−4) und C'(−4|2)
a) Zeichne die Geraden g = (AB) und h = (CD) in ein gemeinsames Koordinatensystem.
b) Zeichne die Parallele g' zu g durch A' und die Parallele h' zu h durch C' in das Koordinatensystem aus a).
c) Bestimme die Koordinaten aller Schnittpunkte der vier Geraden.
d) Die Schnittpunkte aus c) bilden ein Viereck mit charakteristischen Eigenschaften. Beschreibe diese Eigenschaften in Worten.

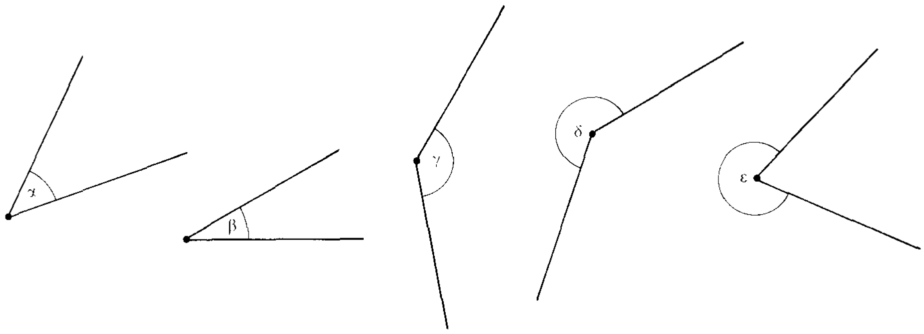
Aufgabe 4
Gegeben sind die Punkte A(−4|3), A'(−4|2), B(3|3) und M(3|1).
a) Zeichne die beiden Geraden g = (AB) und h = (A'B).
b) Zeige mit Hilfe eines Zirkels, dass der Punkt M näher an h als an g liegt.

Aufgabe 5
Zeichne einen Kreis mit Radius r = 4 cm um den Mittelpunkt M(3|−1) in ein Koordinatensystem. Zeichne außerdem **jeweils** alle Geraden durch den Punkte A(−4|−1), B(−3|−1), C(−2|−1), D(−1|−1) und E(0|−1) ein, die den Kreis berühren, ohne ihn zu schneiden. In welchen Fällen gibt es zwei, eine bzw. keine solche Gerade? Formuliere eine passende Regel.

Aufgabe 6
Übertrage die unten abgebildeten Kreisfiguren mit dem Radius r = 4 cm für den großen Kreis in dein Heft.



Aufgabe 7
Bestimme die Größe der folgenden 5 Winkel:

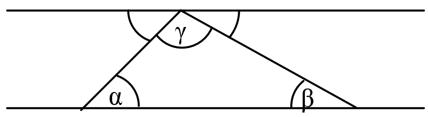


Aufgabe 8
Zeichne die folgenden Winkel mit dem gleichen Anfangsschenkel:
a) 30°, 70°, 110°, 200° und 320° b) 37°, 83°, 128°, 212°, 297°

Aufgabe 9
Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β und γ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

a) A(1|2), B(8|3) und C(3|7) b) A(0|3), B(10|1) und C(8|8) c) A(1|7), B(3|3) und C(9|4)

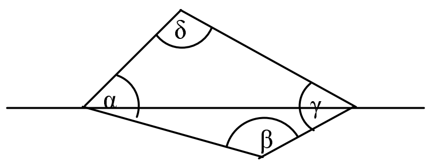
Aufgabe 10
Zeige anhand der nebenstehenden Skizze, dass die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck immer 180° ist: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Aufgabe 11
Zeichne das Viereck ABCD in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β, γ und δ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

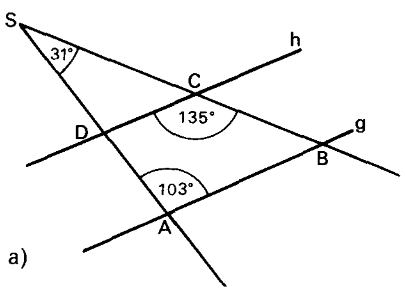
a) A(0|0), B(6|0), C(5|5), D(2|6) b) A(1|4), B(5|4), C(7|0), D(7|7) c) A(0|1), B(10|1), C(6|5), D(5|2)

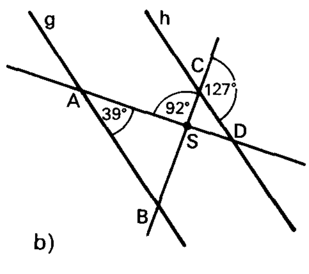
Aufgabe 12
Zeige anhand der nebenstehenden Skizze und mit Hilfe von Aufgabe 10, dass die Summe der Innenwinkel in einem Viereck immer 360° ist: $\alpha + \beta + \gamma + \varepsilon = 180°$

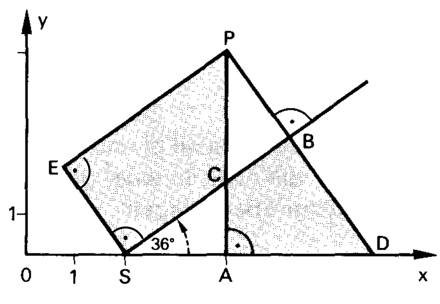


Aufgabe 13
Entscheide und begründe, ob die Geraden g und h parallel sind!

Aufgabe 14
Berechne die fehlenden Winkel in den Vierecken ACBD und SCPE:







2.1. Lösungen zu den Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen.

Aufgabe 1

a) Es gibt in jedem Fall 4 + 3 + 2 + 1 = 10 Verbindungsstrecken.

b), c) Es gibt 1, 5, 8 oder 10 Verbindungsgeraden, je nachdem, ob alle 5, 4, 3 oder jeweils nur 2 Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

Aufgabe 2

a) A(−1|1), B(2|1,5), C(−1|2), D(−1,5|5), E(−2|2), F(−5|1,5), G(−2|1) und H(−1,5|−2)

b) Die Geraden AB und EF, BC und FG, CD und GH sowie GA und DE sind jeweils **parallel** zueinander

Aufgabe 3

a) g: y = 0,5x + 1 und h: y = −x + 1

b) g': y = 0,5x − 2 und h': y = −x − 2

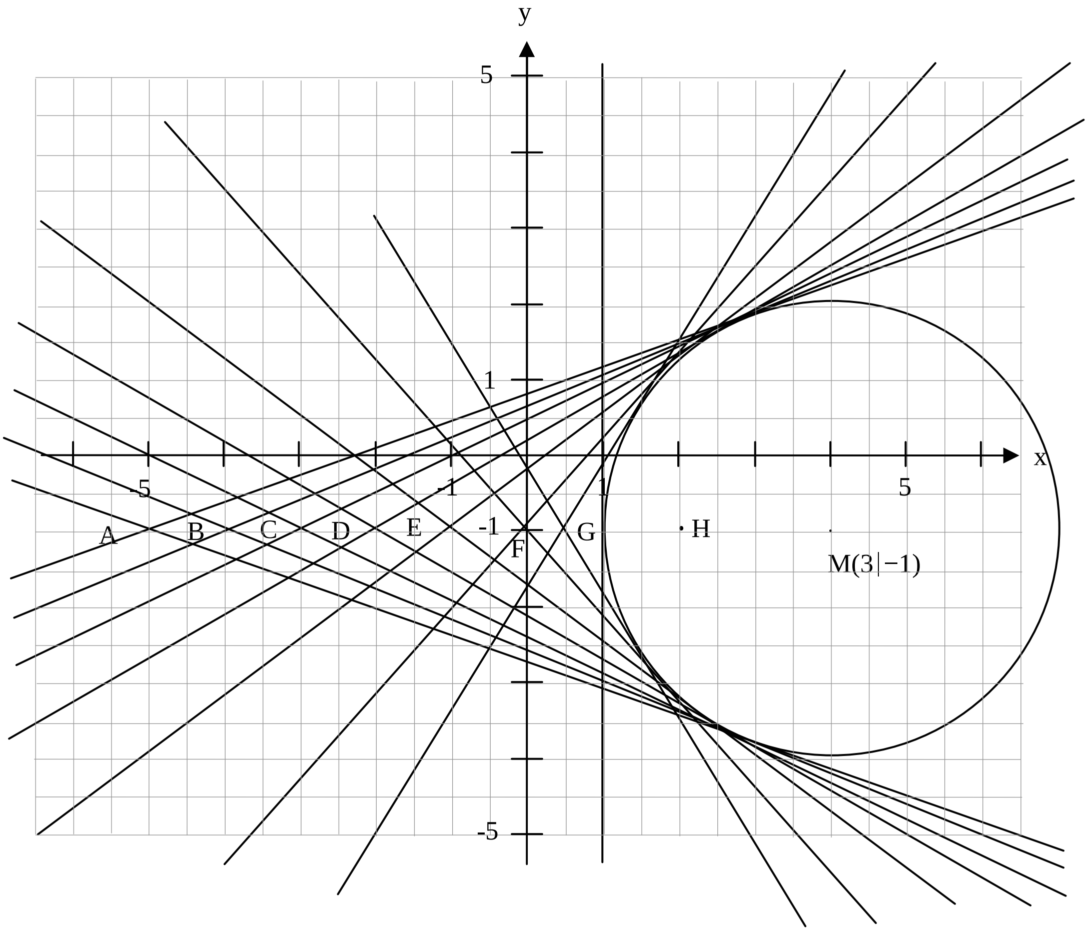
c) $S_{gh}(0|1)$, $S_{g'h}(-2|3)$, $S_{gh'}(-2|0)$ und $S_{g'h'}(0|-2)$

d) Die Schnittpunkte bilden ein Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel zueinander.

Aufgabe 4

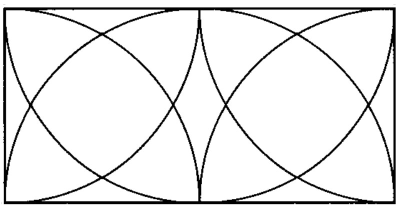
Der Kreis um M mit Radius 2 cm berührt g in B. Der Kreis schneidet h in B und einem weiteren Punkt B'. Da alle Punkte innerhalb des Kreises einen Abstand kleiner als 2 cm von M haben und h Punkte innerhalb des Kreises enthält, ist h näher an M als g.

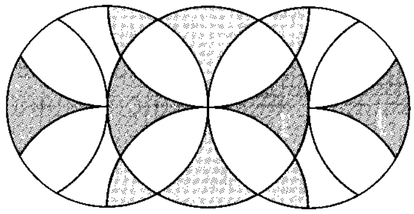
Aufgabe 5



Es gibt **zwei** Berührgeraden, wenn der Punkt **außerhalb** des Kreises liegt, **eine** Berührgerade, wenn der Punkt genau **auf** dem Kreis liegt und **keine** Berührgerade, wenn der Punkt **innerhalb** des Kreises liegt.

Aufgabe 6
Zusätzliche Kreisfiguren:



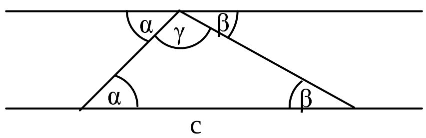


Aufgabe 7
$\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $\gamma = 140°$, $\delta = 220°$, $\varepsilon = 290°$

Aufgabe 8
(Selbstkontrolle mit Geodreieck)

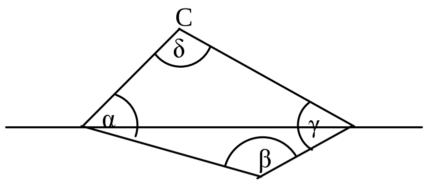
Aufgabe 9
a) $\alpha = 60{,}0°$, $\beta = 46{,}8°$ und $\gamma = 73{,}2°$
b) $\alpha = 43{,}3°$, $\beta = 62{,}7°$ und $\gamma = 70{,}0°$
c) $\alpha = 42{,}9°$, $\beta = 107{,}1°$ und $\gamma = 30{,}0°$

Aufgabe 10
Die Winkel α und β erscheinen ein zweites Mal als Scheitelwinkel zur Parallelen der Seite c durch den Punkt C. Offensichtlich ist $\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Aufgabe 11
a) $\alpha = 71{,}6°$, $\beta = 55{,}5°$, $\gamma = 119{,}7°$ und $\varepsilon = 113{,}1°$
b) $\alpha = 26{,}6°$, $\beta = 116{,}5°$, $\gamma = 26{,}6°$ und $\varepsilon = 190{,}3°$
c) $\alpha = 11{,}3°$, $\beta = 135{,}0°$, $\gamma = 63{,}4°$ und $\varepsilon = 150{,}3°$

Aufgabe 12
Durch Zerlegung in zwei Dreiecke mit den Innenwinkeln α_1, γ_1, ε und α_2, β, γ_2, deren Summe jeweils 180° ist, ergibt sich:
$\alpha + \beta + \gamma + \varepsilon = \alpha_1 + \gamma_1 + \varepsilon + \alpha_2 + \beta + \gamma_2 = 180° + 180° = 360°$.



Aufgabe 13
a) Im Dreieck SDC ist der Nebenwinkel $\sphericalangle(SCD) = 180° - 135° = 45°$. Nach dem Winkelsummensatz ist dann $\sphericalangle(CDS) = 180° - 31° - 45° = 104° \neq 103°$, Es handelt sich also nicht um Stufenwinkel und daher ist g **nicht parallel** zu h!
b) Im Dreieck ABS ist der Nebenwinkel $\sphericalangle(ASB) = 180° - 92° = 88°$. Nach dem Winkelsummensatz ist dann $\sphericalangle(SBA) = 180° - 39° - 88° = 53°$. Der Nebenwinkel $180° - 53° = 127°$ ist ein Stufenwinkel zu dem Winkel an C und daher ist g **parallel** zu h!

Aufgabe 14
In dem rechtwinkligen Dreieck SAC ist $\sphericalangle(SCA) = 180° - 36° - 90° = 44°$. Die beiden Nebenwinkel $\sphericalangle(PCS)$ und $\sphericalangle(ACB)$ sind dann $180° - 44° = 156°$. Im Viereck SCPE ist der letzte Winkel $\sphericalangle(EPC) = 360° - 90° - 90° - 156° = 44°$ ($\Rightarrow$ (EP || (SB)!). Im Viereck ACDB ist der Scheitelwinkel $\sphericalangle(CBD) = 90°$ und der letzte Winkel $\sphericalangle(BDA) = 360° - 90° - 90° - 156° = 44°$ ($\Rightarrow$(DB) || (ES)).